



Розділ 6

ФУНКЦІОНАЛЬНИЙ АНАЛІЗ У ЛОГІЦІ

6.1. МОТИВАЦІЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОГО АНАЛІЗУ В ЛОГІЦІ

Завершуючи розгляд питань, пов'язаних із семантичним аналізом виразів природної мови, зупинимося на застосуванні функціонального аналізу в логіці.

Початок запровадження функціонального аналізу в логіці поклав Г. Фреге саме тим, що піддав ревізії трактування логічної структури судження. Фреге звернув увагу на те, що виділення у судженні того, *про що говориться* (S), і того, *що про що говориться* (P) носить суто лінгвістичний характер і до логіки має віддалене відношення. Звернімося до прикладу:

1. *Герцог Веллінгтон завдав поразки Наполеону під Ватерлоо.*
2. *Наполеона було розбито герцогом Веллінгтоном під Ватерлоо.*

Ці судження мають різні суб'єкти та предикати. Якщо у першому судженні суб'єктом є поняття *герцог Веллінгтон*, а предикатом – *переможець*, то в другому судженні суб'єктом є *Наполеон*, а предикатом – *переможений*. При цьому значення цих суджень залишається тим самим – *істина*. Це й дає підставу Фреге розглядати суб'єктно-предикатну структуру судження як лінгвістичний феномен, а не логічний.

Визначаючи просте судження, ми зазначаємо, що це таке судження, яке не має самостійних, автономних частин, тобто неділиме, атомарне. Візьмемо судження *Планета є космічний об'єкт*. Якщо вилучимо із цього судження предикат, то отримаємо фрагмент незакінченої думки: *"Планета є..."*. Візьмемо ситуацію, з якої із судження вилучено зв'язку: *"Планета, космічний об'єкт"*. Маємо *перелік понять*. Вилучимо із судження суб'єкт: *"... є космічний об'єкт"* ($\dots P$), тобто маємо предикат. Судження як закінчена думка зникло, але є схема судження, бланк судження. Якщо на пропущене місце

підставити назву якогось предмету, то ми отримаємо судження істинне або хибне.

Додаючи до залишеного предикату ім'я *Венера* матимемо істинне судження *Венера – космічний об'єкт*, а підставивши до отриманого виразу замість пропусків ім'я *Мідь* матимемо хибне судження: *Мідь – космічний об'єкт*. Отже, вираз "... *P*" більш адекватно передає логічну структуру судження, ніж схема

$$S \frac{\epsilon}{\text{не } \epsilon} P.$$

Тоді *S* та *P* слід замінити, на думку Фреге, відповідно поняттями *аргумент* і *функція*. Відмовившись від суб'єктно-предикатної структури, Фреге залишає термін *предикат*. Але тепер термін *предикат* має новий смисловий зміст, який передається поняттям *пропозиційна функція*.

Відомо, що під функцією в математиці розуміють певний закон, за допомогою якого встановлюють відповідність між довільними об'єктами, одні з яких називаються значеннями аргументу, а інші – значеннями функції.

Пропозиційною або **висловлювальною функцією** є операція або дія, яка співвідносить об'єктам деякої предметної області конкретні висловлювання у вигляді логічних об'єктів – істина; хиба.

Предикат ... *P* (або якщо на місця пропусків поставимо букву (*x*), то матимемо вираз *P(x)*) є одним із видів пропозиційної функції. Прикладами такої функції є вирази:

1. *x* – геніальний філософ.
2. *x* більше *y*,

де *x* та *y* – аргументи, предметні змінні, на місце яких ми можемо підставляти імена конкретних об'єктів із відповідних предметних областей.

Якщо взяти за предметну область множину людей (тобто вони можуть бути значеннями аргументу (*x*)), то, підставивши до першої пропозиційної функції замість (*x*) імена *Платон*; *Кант*, отримаємо істину (значенням функції буде *істина*), а підставивши імена *Архімед*; *Ньютон*, отримаємо хибу (значенням функції буде *хиба*).

За допомогою символів пропозиційну функцію записують у вигляді формул:

$$P(x), R(x, y),$$

де x, y – предметні змінні, а P і R – фіксовані змінні (конкретно визначені за змістом) – властивості та відношення, відповідно.

З погляду функціонального підходу до логічного аналізу природної мови всі слова звичайної мови можна поділити на групи:

а) *слова, які можуть бути аргументами функцій* (які можна підставляти замість змінних x, y, z та ін. у виразах

$$P(x), R(x, y, z); Q(y) \text{ тощо};$$

б) *слова, що виконують роль пропозиційних функцій*;

в) *слова, які виконують роль логічних зв'язків та операцій* (логічні постійні або логічні константи).

До слів, які можуть бути *аргументами функцій*, належать власні імена (*Варшава; Арістотель; Дніпро*) і кількісні числівники (*два; п'ять; сім*).

До слів, які виконують роль *пропозиційних функцій*, належать іменники (*держава; батько; планета*), прикметники (*вчасний; розчинний; білий*), порядкові числівники (*другий; п'ятий*), дієслова (*читає; допомагає*).

Здатність цих слів виконувати роль пропозиційних функцій обумовлена тим, що оперуючи ними, ми співвідносимо їх з індивідуумами із конкретних предметних областей, а результат такого співвідношення оцінюємо або як істинний, або як хибний. Іншими словами, за допомогою цих слів ми встановлюємо відповідність між предметами деякої предметної області й такими логічними об'єктами, як *істина* та *хиба*.

Ураховуючи сказане, названі слова можна зобразити у вигляді таких виразів: x – *планета*; x – *батько* у; x – *розчинний*; x – *другий*; x – *читає*; x – *допомагає* у тощо (тобто ці слова виконують роль пропозиційних функцій з однією або кількома змінними).

До слів, які виконують роль логічних зв'язків та операцій, належать: *є; якщо, то; і; або; будь-який; деякий; неправильно* тощо.

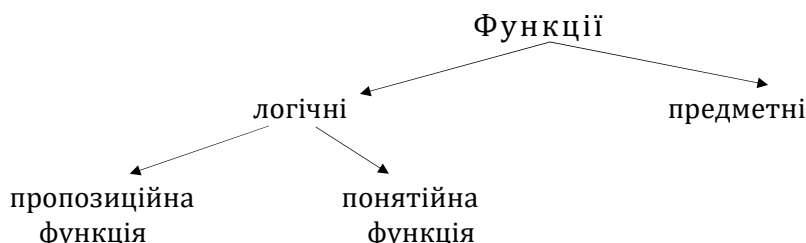
Нарешті, слова *зріст, вага, маса, професія, вік* і т.п. є носіями предметних функцій.

6.2. ВИДИ ФУНКЦІЙ

Усю множину функцій поділяють на логічні й предметні; логічні, у свою чергу, поділяються на пропозиційні та понятійні. Серед пропозиційних виділяють наступні види:

а) *предикати*; б) *квантори*; в) *логічні сполучники*.

Схематично це можна зобразити наступним чином:



Названі види пропозиційних функцій мають однакові значення (висловлювання або пропозицію), але аргументи у кожного виду різні:

аргумент	функція	значення
x	$f(x)$	y
терм	предикат	одиничне висловлювання
$\{a, b, c, \dots\}$	$P(x), R(x, y)$	$P(a), P(b), \dots; R(a, b), R(a, c) \dots$
$\{\text{Сократ, Платон, Діоген}\}$	<i>бути давньогрецьким філософом; бути сучасником.</i>	<i>Сократ – давньогрецький філософ; Платон – давньогрецький філософ; Сократ – сучасник Платона.</i>
предикат	квантор	загальне висловлювання, часткове висловлювання
$P(x), R(x, y)$	$\forall x, \exists x$	$\forall x P(x), \exists x P(x), \forall x \exists x R(x, y), \exists x \forall y R(x, y)$
<i>бути давньогрецьким філософом; бути сучасником</i>	<i>будь-який; деякі</i>	<i>Усі люди є давньогрецькими філософами; Деякі люди є давньогрецькими філософами; Будь-яка людина є сучасником якогось наукового відкриття.</i>
прості висловлювання	пропозиційні зв'язки	складні висловлювання
$\{p, q, r, s, \dots\}$	$\&, \vee, \supset, \infty, \lceil$	$p \& q; p \vee q; p \supset q; p \infty q; p \lceil q \dots$
<i>Ідея – форма пізнання; Теорія – форма пізнання</i>	<i>і; або; якщо, то; якщо й тільки якщо; невірно, що</i>	<i>Ідея й теорія – форми пізнання</i>

Із таблиці видно, що всі пропозиційні функції єдині за значеннями, але відрізняються аргументами. Це по-перше, свідчить про те, що якщо в традиційній логіці центральними категоріями є *поняття, судження, умовивід* як форми мислення, то в сучасній логіці центральними категоріями є *аргумент* і *пропозиційна функція*; по-друге, поділ пропозиційної функції на види показує відмінність *логіки висловлювань* від *логіки предикатів* та одночасно демонструє їх органічну єдність.

Крім пропозиційної функції до логічних функцій також належить *понятійна функція*. Уже із самої назви зрозуміло, що значенням цієї функції є поняття, а аргументами – одиничні висловлювання, суб'єктами яких є предмети, узагальнені в даному понятті.

Мовою символів понятійну функцію можна записати у вигляді виразу:

$$xS(x),$$

де $S(x)$ – це предикат, який виражає зміст поняття (символ S застосовують для того, щоб показати, що тут предикатор виконує роль логічного підмету), а x – змінна, специфікована предикатом $S(x)$.

Схематично понятійну функцію можна записати наступним чином:

аргумент	функція	значення
одиничні істинні висловлювання	понятійна функція	терми
$\{S(a), S(b), \dots, S(n)\}$	$xS(x)$	$\{a, b, c, \dots, n\}$
$\{\text{Київ} - \text{столиця};$ $\text{Варшава} - \text{столиця};$ $\text{Париж} - \text{столиця}\}$	предмет, який має ознаку бути <i>столичним містом</i>	$\{\text{Київ};$ $\text{Варшава};$ $\text{Париж} \dots\}$

Зі схеми видно, що аргументами понятійної функції є істинні одиничні висловлювання $S(a), S(b) \dots S(n)$, а значенням область істинності предиката $S(x)$.

Отже, область істинності предиката є не чим іншим, як об'ємом поняття $\{a, b, \dots, n\}$. Оскільки ми моделюємо об'єм поняття засобами теорії множин, то це дає нам право записати об'єм поняття наступним чином:

$$WxS(x),$$

де W – перевернуте M – оператор утворення множини.

Відповідно синтаксис поняття можна зафіксувати так:

$xS(x)$ – предмет думки в понятті;

$S(x)$ – зміст поняття;

$WxS(x)$ – об'єм поняття.

Аргументами та значеннями предметних функцій є терми. Іншими словами, це функції, які з предметів породжують предмети. У математиці це операції додавання, множення, підняття до степеня тощо.

У природній мові роль предметних функцій виконують слова *зріст*; *вага*; *маса*; *професія*. Наприклад, візьмемо слово *зріст* і використаємо його в ролі предметної функції *зріст x*. За область визначення функції візьмемо множину людей. Тоді кожний результат застосування цієї функції матиме вигляд: *зріст a*, де *a* – ім'я конкретної людини, а значенням цієї функції буде множина всіх іменованих чисел, які можуть характеризувати зріст людини.

Зважаючи на сказане щодо всіх видів функцій, які застосовуються у логіці, можемо наочно переконатися, що функціональний підхід справді дає можливість більш тонко підійти до логічного аналізу природної мови, ніж це було у межах традиційної логіки.

Для прикладу візьмемо слово *планета*. Поза контекстом висловлювання не можна однозначно визначити його логічну форму. Використаємо це слово у структурі висловлювання:

1. *Планета* – космічний об'єкт.
2. *Планета* – слово, що складається із семи букв.
3. *Земля* – планета.

У цих висловлюваннях одне й те саме слово *планета* має різні логічні статуси. У першому висловлюванні воно виконує *понятійну функцію*, у другому – *предметну*, у третьому – *пропозиційну*.

Підсумовуючи сказане щодо логічного аналізу мови, треба підкреслити, що мета цього аналізу – насамперед розкрити мову як засіб пізнання; показати, що головні категорії мовних виразів відіграють важливу роль не тільки у комунікативних процесах, а й у процесі мислення, а функціональний підхід до аналізу мовних виразів дає можливість чіткіше визначити, носіями яких логічних форм є ті чи інші фрагменти мови.